



¿Con el producto de dos funciones puedo determinar el incremento de una producción?

OPERACIONES ENTRE FUNCIONES

NUMÉRICO - VARIACIONAL

11-6
A
5) 7
3 6 /

CONCEPTOS CLAVE

ZONA DE JUEGO:

Relaciona con una línea los términos (Conceptos claves) con la imagen según corresponda.

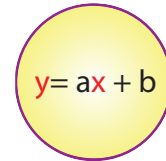
Función constante:

Se llama función constante a aquella función matemática que toma el mismo valor para cualquier valor de la variable independiente. Se la representa de la forma: $f(x) = C$ donde c es la constante.



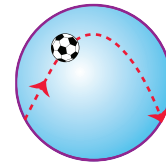
Parábola:

Una parábola (del griego παραβολή) es la sección cónica resultante de cortar un cono recto con un plano cuyo ángulo de inclinación respecto al eje de revolución del cono sea igual al presentado por su generatriz.



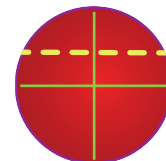
Variable:

En matemáticas y en lógica, una variable es un símbolo constituyente de un predicado, fórmula o algoritmo. El término «variable» se utiliza aún fuera del ámbito matemático para designar una cantidad susceptible de tomar distintos valores numéricos dentro de un conjunto de números especificado.



Raíces:

La radicación de orden n de un número a es cualquier número b tal que $b^n = a$ donde n se llama índice u orden, a se denomina radicando, y b es una raíz enésima, por lo que se suele conocer también con ese nombre.



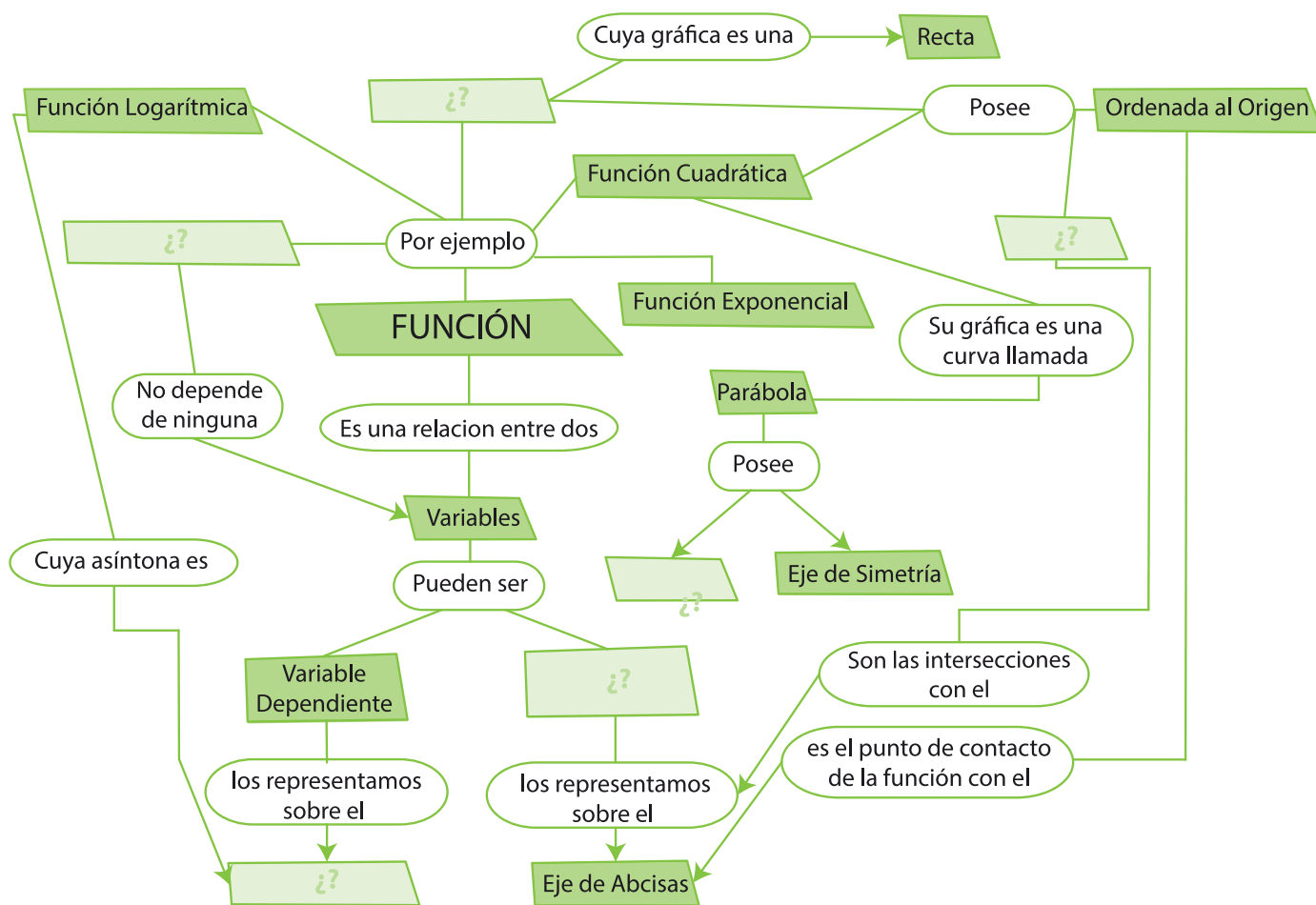
En este espacio responde la pregunta que se encuentra en la parte superior.



Mapa Conceptual

Completa el siguiente mapa conceptual con los términos que encontrarás a continuación:

- Variable Independiente
- Vértice
- Raíces
- Función Constante
- Función Lineal
- Eje de Ordenadas



Comenzando con el fin en mente

¿Ya sabes lo que aprenderás en esta unidad académica?

Si aún no tienes claridad pregúntale a tu profesor.



Operaciones entre funciones

11-6

UNIDAD PRODUCTIVA DE APRENDIZAJE N° 1

Función Suma

Si $f(x)$ y $g(x)$ son dos funciones, entonces la función suma está dada por:

$$(f + g)(x) = f(x) + g(x)$$

Ejemplo:

Si $f(x) = 2x + 1$ y $h(x) = |x|$ entonces:

$$(h + f)(x) = h(x) + f(x) = |x| + 2x + 1$$

$$(h + f)(2) = h(2) + f(2) = |2| + 2(2) + 1 = 7$$

Función Diferencia

Si $f(x)$ y $g(x)$ son dos funciones, entonces la función diferencia está dada por: $(f - g)(x) = f(x) - g(x)$

Ejemplo:

Si $f(x) = 2x + 1$, $g(x) = x^2$ entonces:

$$(f - g)(x) = f(x) - g(x) = 2x + 1 - x^2 = 1 + 2x - x^2$$

$$(f - g)(-1) = f(-1) - g(-1) = 2(-1) + 1 - (-1)^2 = -2 + 1 - 1 = -2$$



Función Producto

Si $f(x)$ y $g(x)$ son dos funciones, entonces la función producto está dada por: $(fg)(x) = f(x) \cdot g(x)$

Ejemplo:

Si $g(x) = x^2$ y $h(x) = x - 2$ entonces:

$$(h \cdot g)(x) = h(x) \cdot g(x) = (x - 2) x^2 = x^3 - 2x^2$$

$$(h \cdot g)(5) = h(5) \cdot g(5) = (5 - 2) (5)^2 = 3(25) = 75$$

Función Cociente

Si $f(x)$ y $g(x)$ son dos funciones, entonces la función cociente está dada por:

$$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)} \text{ donde } g(x) \neq 0$$

Ejemplo:

Si $f(x) = 2x + 1$, $g(x) = x^2$ entonces:

$$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{2x + 1}{x^2} \text{ donde } 2x + 1 \neq 0$$



Las funciones se pueden aplicar a muchas situaciones de la vida cotidiana, por ejemplo en economía (uso de la oferta y la demanda) los economistas se basan en una función y las leyes de la oferta y la demanda como relaciones fundamentales en cualquier análisis económico. Por ejemplo, si un consumidor desea adquirir cualquier producto, éste depende del precio en que el artículo esté disponible.

Problema:

Saldrá al mercado una nueva marca de motocicletas y se necesita saber cual es el punto de equilibrio entre el precio y las unidades que se deben sacar al mercado. Para resolver este problema debes seguir los pasos, resolviendo la ecuación para hallar las pendientes de oferta y demanda y la ecuación de oferta y demanda luego deberás trazar en la gráfica las pendientes de la oferta y la demanda, planteando el punto de equilibrio.

Paso 1:

Debes hallar la pendiente de la demanda y de la oferta reemplazando los valores según los datos de la tabla.

Paso 2:

Toma la ecuación de oferta y demanda, reemplaza los valores incluyendo el valor de la pendiente de demanda y el valor de la pendiente de oferta. Finalmente tendrás dos ecuaciones, una de oferta y otra de demanda.

Paso 3:

Para encontrar Q deberás ubicar las dos ecuaciones (la de oferta y la de demanda) en una igualdad y despejarás hasta encontrar el resultado de Q. Este será la cantidad de equilibrio.

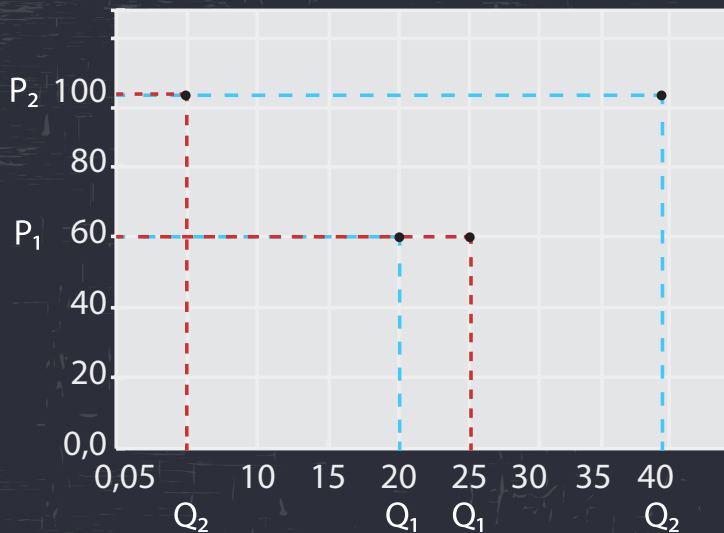
Paso 4:

Para encontrar P puedes escoger una de las dos ecuaciones de oferta y demanda reemplazar el valor de Q en ella para resolverla. Este será el precio de equilibrio.

Paso 5:

Finalmente en la gráfica que se encuentra en la parte inferior deberás trazar las dos pendientes y señalar el punto de equilibrio entre el resultado de P y el de Q.

P = Precio de las unidades
Q = Cantidad de artículos
m = Pendiente de oferta o demanda



Convenciones

--- Demanda
--- Oferta

Cantidad de Motos

$P_1 = 60$ Unidades monetarias

$Q_1 = 20$ Unidades Oferta
25 Unidades Demanda

$P_2 = 100$ Unidades monetarias

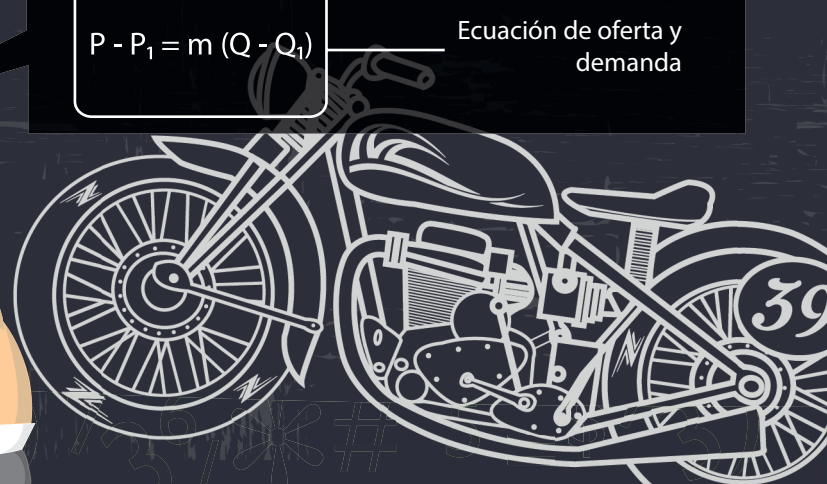
$Q_2 = 40$ Unidades Oferta
5 Unidades Demanda

Pendiente de oferta y demanda

$$m = \frac{P_2 - P_1}{Q_2 - Q_1}$$

$$P - P_1 = m (Q - Q_1)$$

Ecuación de oferta y demanda



Composición de funciones

Sean $f(x)$ y $g(x)$ dos funciones con sus respectivos dominios D_f y D_g entonces la función $f(x)$ compuesta en $g(x)$ es dada por: $f \circ g(x) = f(g(x))$

Ejemplos:

Dadas las funciones $f(x) = x^2 - 3$, y $g(x) = x + 3$, definir la función $(f \circ g)(x)$.

Calcular las imágenes de $1/3$, -2 y 0 mediante la función $f \circ g$.

Resolución:

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)) = x^2 - 3 - (x + 3) = x^2 - 3 - x - 3 = x^2 - x - 6$$

$$(f \circ g)(1/3) = (1/3)^2 - 1/3 - 6 = -56/9$$

$$(f \circ g)(-2) = (-2)^2 - (-2) - 6 = -0$$

$$(f \circ g)(0) = (0)^2 - 0 - 6 = -6$$

Calculando las imágenes de los números mediante las funciones f y g por separado, y efectuando la resta, se obtiene el mismo resultado.



actividad extra-clase ☐ actividad en clase ☐

Desarrolla estos ejercicios en las hojas de notas.

Sea:

$$f(x) = 1 - x, g(x) = (x + 1)^2, h(x) = \sqrt{x - 1}, j(x) = x^2 + 1$$

Halla las funciones indicadas e identifica el Dominio de cada una de ellas.

- | | |
|---------------------|----------------------|
| 1. $(f + g)(x)$ | 5. $(j \circ f)(-1)$ |
| 2. $(g - f)(x)$ | 6. $(g/f)(x)$ |
| 3. $(g \circ f)(2)$ | 7. $(f \circ j)(x)$ |
| 4. $(j \circ f)(x)$ | 8. $j \circ f(x)$ |
| | 9. $h \circ (j(x))$ |



Énfasis finanzas

"SI QUIERES HACER ALGO Y CREES QUE LO PUEDES HACER, LO MÁS PROBABLE ES QUE LO REALICES".

Robert Kiyosaki

Aplicación de las funciones lineales

UNIDAD PRODUCTIVA DE APRENDIZAJE N° 2

Las funciones lineales son de gran aplicación en todos los campos del saber; para nuestro interés, sólo abordaremos lo que se refiere a ellas, en problemas de Administración y Economía.

La dirección de una empresa (ya sea de un dueño único o una gran corporación) debe mantener un registro constante de los costos de operación, de los ingresos resultantes de la venta o servicios y, tal vez, lo más importante, de las ganancias obtenidas. Tres funciones ofrecen a la dirección una medida de estas cantidades: la función de costos totales, la función de ingresos y la función de ganancias.

Para la producción de cualquier bien en una empresa intervienen dos tipos de costos que se conocen como costos fijos y costos variables. Los costos fijos no dependen del nivel o cantidad de artículos producidos. Ejemplo de éstos son: las rentas, los intereses sobre préstamos y los salarios de administración.

Los costos variables dependen del nivel de producción, es decir, de la cantidad de artículos producidos. Ejemplo de estos son los materiales y la mano de obra empleada en la producción.

E





Vamos a analizar el problema del crecimiento de una población. En general, interesa estimar cómo varía el número de habitantes de un determinado lugar en función del tiempo. Esta variación en el número de habitantes se puede calcular a partir de los resultados de los censos de población y se conoce como la tasa de crecimiento (o decrecimiento) de la población.

Este es un pueblo de 1500 habitantes y su tasa de crecimiento es del 4% anual. Cada pictograma que se encuentra en esta página equivale a 100 habitantes del pueblo. Resuelve las preguntas que se encuentran en la página inferior y según los resultados dibuja en la página la mayor cantidad de pictogramas según el número de habitantes que tendrá el pueblo en dos años.

a. ¿Cuántos habitantes tendrá el pueblo dentro de un año? ¿Y dentro de dos años? ¿Y dentro de un año y medio? Explica en cada caso cómo lo calculaste.

 = 100 Habitantes
 = 100 Habitantes
 = 100 Habitantes

c.
Evalúa la función que propusiste en 1, en 1,5 y en 2 años. ¿Hay coincidencia con los valores que obtuviste en la parte a? ¿Debería haberla?

b. Indica la función que permita calcular el número de personas que habitará este pueblo al cabo de x años. Representa gráficamente esta función.

El modelo lineal para el costo es:

Ejemplo:

El costo variable de procesar un kilo de granos de café es de 50 ¢ (centavos) y los costos fijos por día son de \$300 pesos.

Se denota x como el número de unidades producidas o vendidas, m el costo variable por unidad y b como los costos fijos, entonces, la función de costos totales es:

A. Halla la ecuación de corte lineal y dibuja su gráfica.

B. Determina el costo de procesar 1000 kg de café en un día.

$C(x)$ el costo de procesar x kilos de granos de café por día, donde $b = \$300$ y $m = \$0.5$, de acuerdo con el modelo lineal queda:

COSTO TOTAL = COSTOS VARIABLES + COSTOS FIJOS

$$Y_c = C(x) = mx + b$$

$C(x) = 0.5x + 300$ Ahora, si $x = 0$, entonces,
 $C(0) = 0.5(0) + 300$ $C(0) = 300$

Si $x = 200$, entonces, $C(200) = 0.5(200) + 300$
 $C(200) = 100 + 300$
 $C(200) = \$400$

Con las dos parejas (0, 300) y (200, 400) se realiza la gráfica.

Si $x = 1.000$ kg, entonces, $C(1.000) = 0.5(1.000) + 300$

$$C(1.000) = 500 + 300$$

$$C(1.000) = 800$$

Por lo tanto, el costo de procesar 1.000 kg de café al día es de \$800 pesos.



1. Define con claridad ¿Qué es?:

- A. Una relación:
- B. Una función:

2. Di qué son el dominio y el rango de una relación.

3. Resuelve el siguiente ejercicio: dados los conjuntos

$C = \{0, 1, 2\}$ y $D = \{1, 2\}$ construye una relación de C en D que cumpla: $x + 1 = y$

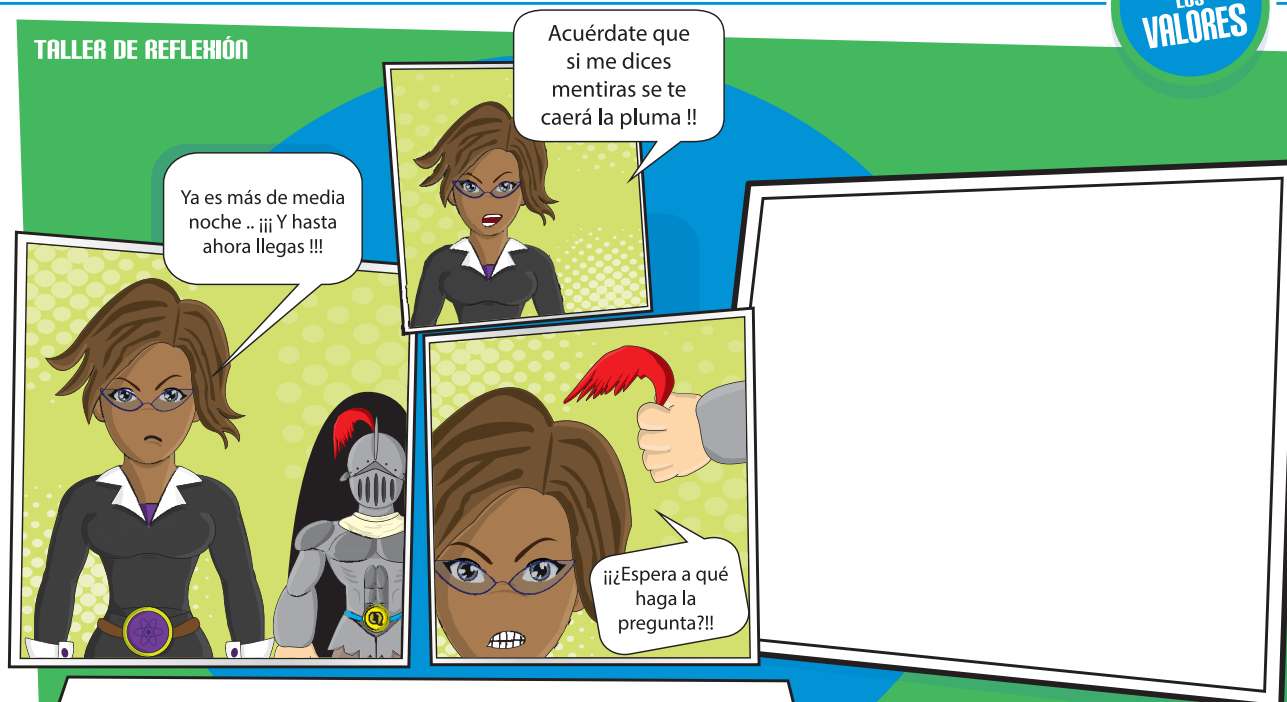
- A. Di si la siguiente relación es una función $y = \pm x$
- B. ¿Qué gráfica representa una función lineal?
- C. ¿Cuáles son las principales aplicaciones de una función lineal en la Administración y en la Economía?
- D. Dados dos puntos $P_1 (-3, 5)$ y $P_2 (1, -1)$, halla la ecuación de la línea recta y grafícala.
- E. Dadas las funciones de oferta y de demanda de un producto, hallar el punto de equilibrio y su gráfica

$$P = 26 + 5x$$

$$P = 110 - x$$

TRABAJANDO
LOS
VALORES

TALLER DE REFLEXIÓN



Escribe tu opinión sobre el mensaje que deja esta historia y compártela con tus compañeros de clase.