¿Un sólido geométrico es la representación de una figura con aristas?

MEDIDAS DE TENDENCIA CENTRAL

NUMÉRICO- VARIACIONAL

CONCEPTOS CLAVE

ZONA DE JUEGO:

Relaciona con una línea los términos (Conceptos claves) con la imagen según corresponda.

Tablas de frecuencia:

Son tablas para agrupar cualquier tipo de dato numérico.

Histograma de frecuencias:

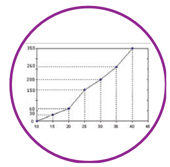
Es la reprecentación gráfica de una variable en forma de barras.

Media aritmética:

Es el promedio general de un conjunto de datos.

Mediana:

Es el valor central de un conjunto de datos.



$$\overline{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i}{n}$$

$$Me = \frac{N+1}{2}$$

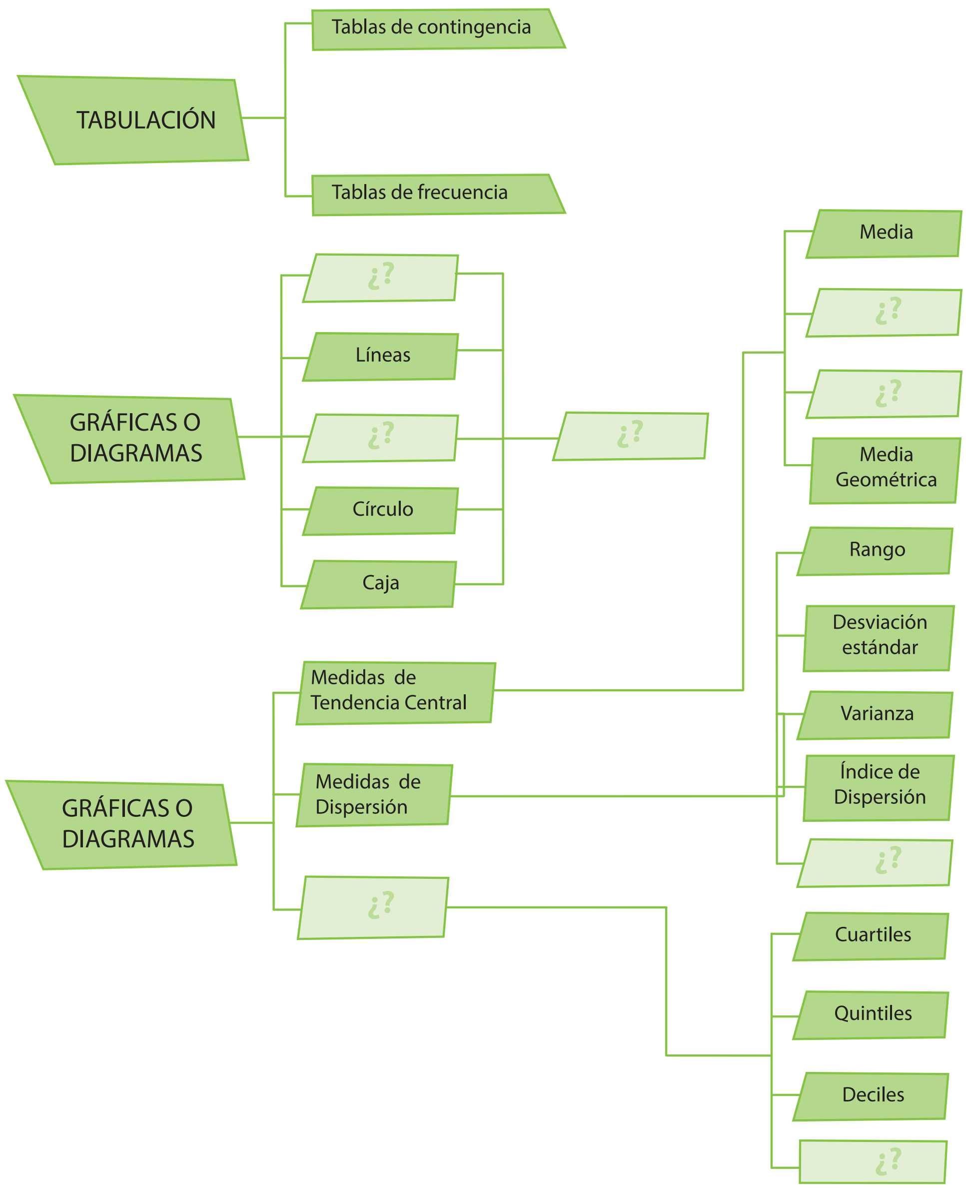
5	3	0,14
6	7	0,32
7	4	0,18
8	8	0,36

En este espacio responde la pregunta que se encuentra en la parte superior.

Mapa Conceptual

Completa el siguiente mapa conceptual con los términos que encontrarás a continuación:

- Mediana
- Moda
- Categórico
- Barras
- Puntos
- Percentiles
- Histogramas
- Medidas de Ubicación



Comenzando con el fin en mente

¿Ya sabes lo que aprenderás en esta unidad académica?

Si aún no tienes claridad pregúntale a tu profesor.

Medidas de tendencia central: Media, Mediana, Moda

Supóngase que un determinado alumno obtiene 35 puntos en una prueba de matemática.

Este puntaje, por sí mismo tiene muy poco significado a menos que podamos conocer el total de puntos que obtiene una persona promedio al participar en esa prueba, saber cuál es la calificación menor y mayor que se obtiene, y cuán variadas son esas calificaciones.

En otras palabras, para que una calificación tenga significado hay que contar con elementos de referencia generalmente relacionados con ciertos criterios estadísticos.

Las medidas de tendencia central (media, mediana y moda) sirven como puntos de referencia para interpretar las calificaciones que se obtienen en una prueba.

Volviendo a nuestro ejemplo, digamos que la calificación promedio en la prueba que hizo el alumno fue de 20 puntos. Con este dato podemos decir que la calificación del alumno se ubica notablemente sobre el promedio. Pero si la calificación promedio fue de 65 puntos, entonces la conclusión sería muy diferente, debido a que se ubicaría muy por debajo del promedio de la clase.

En resumen, el propósito de las medidas de tendencia central es:

- Mostrar en qué lugar se ubica la persona promedio o típica del grupo.
- Sirve como un método para comparar o interpretar cualquier puntaje en relación con el puntaje central o típico.
- Sirve como un método para comparar el puntaje obtenido por una misma persona en dos diferentes ocasiones.
- Sirve como un método para comparar los resultados medios obtenidos por dos o más grupos.

Las medidas de tendencia central más comunes son:

- LA MEDIA ARITMÉTICA: comúnmente conocida como media o promedio. Se representa por medio de una letra M o por una X con una línea en la parte superior.
- LA MEDIANA: la cual es el puntaje que se ubica en el centro de una distribución. Se representa como Md.
- LA MODA: que es el puntaje que se presenta con mayor frecuencia en una distribución. Se representa Mo.

De estas tres medidas de tendencia central, la media es reconocida como la mejor y más útil. Sin embargo, cuando en una distribución se presentan casos cuyos puntajes son muy bajos o muy altos respecto al resto del grupo, es recomendable utilizar la mediana o la moda.

(Porque dadas las características de la media, esta es afectada por los valores extremos).

La media es considerada como la mejor medida de tendencia central, por las siguientes razones:

- Los puntajes contribuyen de manera proporcional al hacer el cómputo de la media.
- Es la medida de tendencia central más conocida y utilizada.
- Las medias de dos o más distribuciones pueden ser fácilmente promediadas mientras que las medianas y las modas de las distribuciones no se promedian.
- La media se utiliza en procesos y técnicas estadísticas más complejas mientras que la mediana y la moda en muy pocos casos.
- La medidas de centralización nos indican en torno a qué valor (centro) se distribuyen los datos.

MODA

La moda es el valor que tiene mayor frecuencia absoluta. Se representa por Mo.
Se puede hallar la moda para variables cualitativas y cuantitativas. Hallar la moda de la distribución: 2, 3, 3, 4, 4, 4, 5, 5 Mo= 4

Si en un grupo hay dos o varias puntuaciones con la misma frecuencia y esa frecuencia es la máxima, la distribución es bimodalo multimodal, es decir, tiene varias modas. 1, 1, 1, 4, 4, 5, 5, 5, 7, 8, 9, 9, 9 Mo= 1, 5, 9. Cuando todas las puntuaciones de un grupo tienen la misma frecuencia, no hay moda. 2, 2, 3, 3, 6, 6, 9, 9

Si dos puntuaciones adyacentes tienen la frecuencia máxima, la moda es el promedio de las dos puntuaciones adyacentes.
0, 1, 3, 3, 5, 5, 7, 8Mo = 4

Cálculo de la moda para datos agrupados
1º. Todos los intervalos tienen la misma amplitud.

$$M0 = L_i + \frac{f_i - f_{i-1}}{(f_i - f_{i-1}) + (f_i - f_{i-1})} \cdot a$$

Li es el límite inferior de la clase modal.
fi es la frecuencia absoluta de la clase modal.
fi--1 es la frecuencia absoluta inmediatamente inferior a la clase modal.
fi-+1 es la frecuencia absoluta inmediatamente posterior a la clase modal.
ahi es la amplitud de la clase.
También se utiliza otra fórmula de la moda que da un valor aproximado de ésta:

$$M0 = L_i + \frac{f_{i+1}}{f_{i-1} + f_{i+1}} \cdot a_i$$

Ejemplo:
Calcular la moda de una distribución estadística que viene dada por la siguiente tabla:

	f_i
[60, 63)	5
[63, 66)	18
[66, 69)	42
[69, 72)	27
[72, 75)	8
	100

$$Mo = 66 + \frac{(42 - 18)}{(42 - 18) + (42 - 27)} \cdot 3 = 67.846$$

$$Mo = 66 + \frac{27}{(18 + 27)} \cdot 3 = 67.8$$

2º. Los intervalos tienen amplitudes distintas.

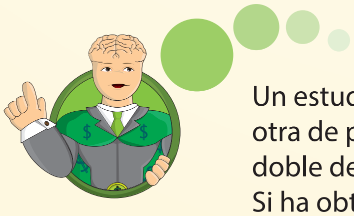
En primer lugar tenemos que hallar las alturas. $h_i = \frac{f_i}{a_i}$

La clase modal es la que tiene mayor altura.

$$M0 = L_i + \frac{h_i - h_{i-1}}{(h_i - h_{i-1}) + (h_i - h_{i+1})} \cdot a_i$$

La fórmula de la moda aproximada cuando existen distintas amplitudes es:

$$M0 = L_i + \frac{h_{i+1}}{h_{i-1} + h_{i+1}} \cdot a_i$$



Un estudiante ha realizado 1 examen que constaba de 3 partes: una teórica, otra de problemas y otra de prácticas de informática. El profesor le da el doble de importancia a los problemas que a la teoría y el triple a las prácticas. Si ha obtenido una calificación de 5,8 sobre 10 en teoría, 6,4 sobre 10 en problemas y 7,9 sobre 10 en prácticas, ¿cuál crees que sería su calificación final en el examen?. Utiliza las medidas de tendencia central.

D

MEDIANA

Es el valor que ocupa el lugar central de todos los datos cuando éstos están ordenados de menor a mayor.
La mediana se representa por Me.
La mediana se puede hallar sólo para variables cuantitativas.
Cálculo de la mediana

1º. Ordenamos los datos de menor a mayor.
2º. Si la serie tiene un número impar de medidas la mediana es la puntuación central de la misma.
2, 3, 4, 4, 5, 5, 5, 6, 6Me= 5
3º. Si la serie tiene un número par de puntuaciones la mediana es la media entre las dos puntuaciones centrales.

7, 8, 9, 10, 11, 12Me= 9.5

CÁLCULO DE LA MEDIANA PARA DATOS AGRUPADOS

La mediana se encuentra en el intervalo donde la frecuencia acumulada llega hasta la mitad de la suma de las frecuencias absolutas.
Es decir tenemos que buscar el intervalo en el que se encuentre $\frac{N}{2}$.

$$Me = L_i + \frac{\frac{N}{2} - f_{i-1}}{f_i} \cdot a_i$$

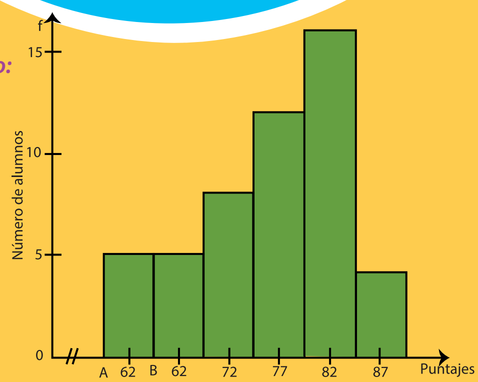
Li es el límite inferior de la clase donde se encuentra la mediana.
$\frac{N}{2}$ es la semisuma de las frecuencias absolutas.
Fi-1 es la frecuencia acumulada anterior a la clase mediana.
ai es la amplitud de la clase. La mediana es independiente de las amplitudes de los intervalos.

Ejemplo:
Calcular la mediana de una distribución estadística que viene dada por la siguiente tabla:

	f_i	F_i
[60, 63)	5	5
[63, 66)	18	23
[66, 69)	42	65
[69, 72)	27	92
[72, 75)	8	100
	100	

$$Me = 66 + \frac{50 - 23}{42} \cdot 3 = 67.93$$

Ejemplo:



Interpretando el gráfico de barras podemos deducir que:
5 alumnos obtienen puntaje de 62
5 alumnos obtienen puntaje de 67
8 alumnos obtienen puntaje de 72
12 alumnos obtienen puntaje de 77
16 alumnos obtienen puntaje de 82
4 alumnos obtienen puntaje de 87
lo que hace un total de 50 alumnos
Sabemos que la mediana se obtiene haciendo

$$Med = \frac{50 + 1}{2} = \frac{51}{2} = 25,5$$

lo cual significa que la mediana se ubica en la posición intermedia entre los alumnos 25 y 26 (cuyo promedio es 25,5), lo cual vemos en el siguiente cuadro:

PUNTAJE	ALUMNOS	PUNTAJE	ALUMNOS	PUNTAJE	ALUMNOS
62	1	72	18	82	35
62	2	77	19	82	36
62	3	77	20	82	37
62	4	77	21	82	38
62	5	77	22	82	39
67	6	77	23	82	40
67	7	77	24	82	41
67	8	77	25	82	42
67	9	77	26	82	43
67	10	77	27	82	44
72	11	77	28	82	45
72	12	77	29	82	46
72	13	77	30	87	47
72	14	82	31	87	48
72	15	82	32	87	49
72	16	82	33	87	50
72	17	82	34		

El alumno 25 obtuvo puntaje de 77
El alumno 26 obtuvo puntaje de 77

Entonces, como el total de alumnos es par debemos promediar esos puntajes:

$$\mathbf{Med} = \frac{77 + 77}{2} = \frac{144}{2} = 77$$

La mediana es 77, lo cual significa que 25 alumnos obtuvieron puntaje desde 77 hacia abajo (alumnos 25 hasta el 1 en el cuadro) y 25 alumnos obtuvieron puntaje de 77 hacia arriba (alumnos 26 hasta el 50 en el cuadro).

Media aritmética

La media aritmética es el valor obtenido al sumar todos los datos y dividir el resultado entre el número total de datos.
$\overline{x}$ es el símbolo de la media aritmética.

$$\overline{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{N} \qquad \overline{x} = \frac{\sum_{i-1}^{n} x_i}{N}$$

Ejemplo 1:
Los pesos de seis amigos son: 84, 91, 72, 68, 87 y 78 kg. Hallar el peso medio.

$$\overline{x} = \frac{84 + 91 + 72 + 68 + 87 + 78}{6} = 80 \text{ Kg}$$

En matemáticas, un alumno tiene las siguientes notas: 4, 7, 7, 2, 5, 3
n = 6 (número total de datos)

$$\overline{x} = \frac{4+7+7+2+5+3}{6} = \frac{28}{6} = 4{,}8$$

La media aritmética de las notas de esa asignatura es 4,8. Éste número representa el promedio.

Ejemplo 2:
Cuando se tienen muchos datos es más conveniente agruparlos en una tabla de frecuencias y luego calcular la media aritmética. El siguiente cuadro con las medidas de 63 varas de pino lo ilustra.

$$\overline{x} = \frac{430}{63} = 6{,}825$$

Largo (en m)	Frecuencia absoluta	Largo por Frecuencia absoluta
5	10	5 . 10 = 50
6	15	6 . 15 = 90
7	20	7 . 20 = 140
8	12	8 . 12 = 96
9	6	9 . 6 = 54
	Frecuencia total = 63	430

$$\overline{x} = \frac{x_1 f_1 + x_2 f_2 + x_3 f_3 + \dots + x_n f_n}{N}$$

$$\overline{x} = \frac{\sum_{i-1}^{n} x_i f_i}{N}$$

La frecuencia absoluta indica cuántas veces se repite cada valor, por lo tanto, la tabla es una manera más corta de anotar los datos (si la frecuencia absoluta es 10, significa que el valor a que corresponde se repite 10 veces).

Media aritmética para datos agrupados
Si los datos vienen agrupados en una tabla de frecuencias, la expresión de la media es:

Ejercicio de media aritmética
En un test realizado a un grupo de 42 personas se han obtenido las puntuaciones que muestra la tabla. Calcula la puntuación media.

	x_i	f_i	$x_i \cdot f_i$
[10, 20)	15	1	15
[20, 30)	25	8	200
[30,40)	35	10	350
[40, 50)	45	9	405
[50, 60	55	8	440
[60,70)	65	4	260
[70, 80)	75	2	150
		42	1 820

PROPIEDADES DE LA MEDIA ARITMÉTICA

1) La suma de las desviaciones de todas las puntuaciones de una distribución respecto a la media de la misma igual a cero.

$$\sum (x_i - \overline{x}) = 0$$

Las suma de las desviaciones de los números 8, 3, 5, 12, 10 de su media aritmética 7.6 es igual a 0:

$$8 - 7.6 + 3 - 7.6 + 5 - 7.6 + 12 - 7.6 + 10 - 7.6 = \\ = 0.4 - 4.6 - 2.6 + 4.4 + 2.4 = \quad 0$$

2) La media aritmética de los cuadrados de las desviaciones de los valores de la variable con respecto a un número cualquiera se hace mínima cuando dicho número coincide con la media aritmética.

$$\sum (x_i - \overline{x})^2 = 0 \quad \text{Mínimo}$$

3) Si a todos los valores de la variable se les suma un mismo número, la media aritmética queda aumentada en dicho número.

4) Si todos los valores de la variable se multiplican por un mismo número la media aritmética queda multiplicada por dicho número.

Observaciones sobre la media aritmética
1º. La media se puede hallar sólo para variables cuantitativas.
2º. La media es independiente de las amplitudes de los intervalos.
3º. La media es muy sensible a las puntuaciones extremas. Si tenemos una distribución con los siguientes pesos:
65 kg, 69kg , 65 kg, 72 kg, 66 kg, 75 kg, 70 kg, 110 kg.
La media es igual a 74 kg, que es una medida de centralización poco representativa de la distribución.
4º. La media no se puede calcular si hay un intervalo con una amplitud indeterminada.

	x_i	f_i
[60, 63)	61.5	5
[63, 66)	64.5	18
[66, 69)	67.5	42
[69, 72)	70.5	27
[72, ∞)		8
		100

En este caso no es posible hallar la media porque no podemos calcular la marca de clase de último intervalo.

Actividad

actividad extra-clase ◯ actividad en clase ◯ *Desarrolla estos ejercicios en las hojas de notas.*

1. Dados los pesos de 10 niños: 42 kg, 38 kg, 46 kg, 40 kg, 43 kg, 48 kg, 45 kg, 43 kg, 41 kg y 39 kg. ¿Cuál(es) de las afirmaciones siguientes es(son) verdadera(s)?

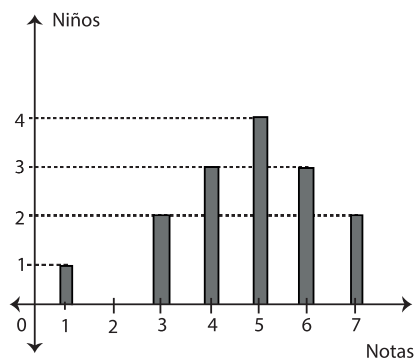
I. La moda de la distribución es 43 kg. II. El promedio es menor que 43 kg.
III. La mediana coincide con la moda.

Alternativas
A) Sólo I *B*) Sólo I y II
C) Sólo I y III *D*) Sólo II y III *E*) I, II y III

2. El gráfico de la figura representa las notas obtenidas por 15 niños en una prueba.
¿Cuál(es) de las siguientes aseveraciones es(son) verdadera(s)?

I. La mediana es 5.
II. La moda es 5.
III. La media aritmética (promedio) es 4,7.

Alternativas
A) Sólo I
B) Sólo II
C) Sólo III
D) Sólo II y III
E) I, II y II



3. 20 números tienen un promedio de 20; doce de los números tienen un promedio de 8.
¿Cuál es el promedio de los otros ocho números?

A) 12
B) 38
C) 62
D) 28
E) Ninguno de los anteriores

4. La tabla adjunta muestra las edades de 220 alumnos de un colegio. ¿Cuáles de las siguientes afirmaciones son verdaderas?

EDAD (EN AÑOS)	15	16	17	18	19
ALUMNOS	50	40	60	50	20

I. La moda es 17 años. II. La mediana es mayor que la media (promedio).
III. La mitad de los alumnos del colegio tiene 17 ó 18 años.

Alternativas
A) Sólo I *B*) Sólo II
C) Sólo I y III *D*) Sólo II y III
E) I, II y III

5. El gráfico siguiente muestra la distribución de las notas de matemática de un grupo de 46 estudiantes.
¿Cuál de las siguientes opciones corresponde a los valores de la mediana y la moda, respectivamente?

Alternativas
A) 4 y 5 *B*) 5 y 5
C) 4,1 y 4 *D*) 4,1 y 5
E) 4 y 4,5

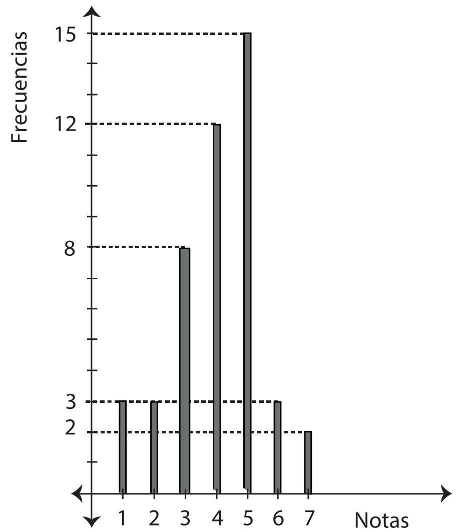
6. El gráfico circular de esta figura muestra las preferencias de 30 alumnos en actividades deportivas. ¿Cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) correcta(s)?

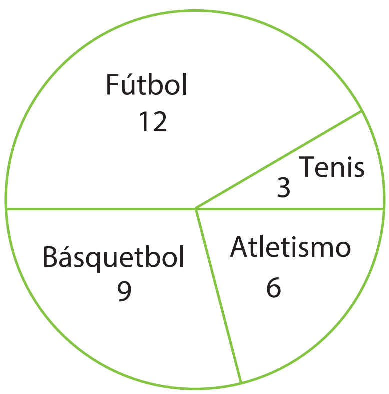
I. La frecuencia relativa, expresada en %, del grupo de fútbol es de 40%.
II. La frecuencia relativa, expresada en %, del grupo de básquetbol es de 30%.
III. La mitad del grupo no prefirió fútbol ni tenis.

Alternativas

A) Sólo I *B*) Sólo II

C) Sólo I y II *D*) Sólo II y III *E*) I, II y III





7. Se realizó una pequeña encuesta para conocer la actividad preferida de unos niños/as en su tiempo libre la tabla muestra la información, hallar media, mediana y moda.

8. Se realizó una encuesta en un colegio para analizar cuál es el curso de primaria que tiene mayor número de deportistas. Hallar media, mediana y moda.

9. Una empresa de cine preguntó a varios de sus clientes la frecuencia con la que va a cine los resultados se muestran en la siguiente tabla de frecuencia. Hallar media, mediana y moda.

10. Se tienen las siguientes edades tomadas de un grupo de 10 estudiantes del grupo del curso de Introducción a los Diseños Experimentales del Colegio de Postgraduados, se desea conocer cual sería su media y cuál sería su mediana.

25, 27, 35, 28, 30, 24, 25, 29, 32, 37

11. El número de días necesarios por 10 equipos de trabajadores para terminar 10 instalaciones de iguales características han sido:
21, 32, 15, 59, 60, 61, 64, 60, 71, y 80 días.

Calcula la media, mediana, moda.